



# ジャンプ・モデルにおけるオプション価格評価の高速化とリスク管理への応用

著者	佐久間 貴之
発行年	2015
学位授与大学	筑波大学 (University of Tsukuba)
学位授与年度	2014
報告番号	12102甲第7186号
URL	<a href="http://hdl.handle.net/2241/00125724">http://hdl.handle.net/2241/00125724</a>

氏名（本籍）	佐久間 貴之			
学位の種類	博士（経営学）			
学位記番号	博甲第	7186	号	
学位授与年月日	平成 27 年 2 月 28 日			
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当			
審査研究科	ビジネス科学研究科			
学位論文題目	ジャンプ・モデルにおけるオプション価格評価の高速化と リスク管理への応用			
主 査	筑波大学	教授	博士（工学）	山田 雄二
副 査	筑波大学	教授	博士（工学）	猿渡 康文
副 査	筑波大学	教授	博士（理学）	牧本 直樹
副 査	筑波大学	教授	博士（工学）	徐 驊
副 査	慶應義塾大学	教授	博士（工学）	今井 潤一

## 論文の内容の要旨

近年金融派生商品（デリバティブ）取引が急速に拡大しつつある中、特に金融危機以降、これらの商品に対するリスク管理の重要性が増している。このようなデリバティブの価格付けにおいては、Black-Scholes モデルと呼ばれる解析的に表現可能な公式が実務でも広く用いられるが、Black-Scholes モデルでは、現実の資産収益率分布におけるファット・テールや非対称性、またこれらと関連する原資産価格のジャンプが考慮されていないという問題がある。そこで、ジャンプ・モデルに関する研究が盛んに行われているが、ジャンプ・モデルの場合、ジャンプの確率過程を考慮するための理論および数値計算が Black-Scholes モデルと比較して複雑となるため、精度の高いオプション価格およびリスク感応度を、実用的な計算時間で算出することが困難となる。以上を背景として、本論文では、ジャンプ・モデルに関する以下の3つのテーマについて検討を行うことを目的としている。

- （1）ホモトピー解析法を用いたバリア・オプション価格評価（第3章に対応）
- （2）改良高速ガウス変換を用いたジャンプ・モデルにおける数値計算手法（第4章に対応）
- （3）カルテシアン・ツリー法を用いた数値計算手法（第5章に対応）

（1）については、ジャンプ・モデルにおけるバリア・オプション価格評価にホモトピー解析法を適用している。ホモトピー法は、非線形微分方程式の数値計算で用いられている効率的計算法であり、金融工学においては、近年Black-Scholes モデルにおけるアメリカン・オプションの価格算出に適用され、その有効性が確認されている。本論文では、この手法をジャンプ・モデルに対して拡張するため、まず、ジャンプ・モデルにおけるオプション価格が満たす偏微分積分方程式を、フーリエ変換を用いて常微分方程式に変換し、常微分方程式に対してホモトピー解析法を適用している。また、ジャンプ・モデルの一例として、バリアンス・ガンマ・モデルにおけるヨーロピアン・オプション及びバリア・オプションの準解析解が算出されている。さらに、数値実験により、無限数列和で表された準解析解は高速に収束することを示し、有効性を確認している。なお、本手法は適用範囲が広く、バリア・オプションのみな

らず、ジャンプ・モデルにおける様々なオプション価格の準解析解を導出可能であることが期待される。

(2) では、ジャンプ・モデルにおいて、改良高速ガウス変換を用いた数値計算手法が提案されている。ジャンプ・モデルにおける偏微分方程式の場合、Black-Scholes モデルと異なり、積分作用素が現れるため、この数値計算の負荷が実用上問題となる。本研究では、この積分作用素の数値計算に改良高速ガウス変換を用いることにより、従来使用されている高速フーリエ変換を用いた手法よりも効率的であることが数値実験により確認されている。なお、改良高速ガウス変換は、高速多重極法と呼ばれる、計算物理学における効率的計算法の一種である。本論文の数値実験において、改良高速ガウス変換を用いた数値計算法が、従来の手法と比較して効率的であることが確認され、高速多重極法が計算物理学の場合と同様に、金融工学の分野においても有効な計算手法となり得ることが示唆されている。

(3) では、カルテシアン・ツリー法を用いた数値計算手法が提唱されている。本研究においては、(2) で用いられた改良高速ガウス変換が Merton 型ジャンプ拡散モデルにのみ適用可能であるという問題点を解決するため、カルテシアン・ツリー法が導入されている。ここでの数値実験では、バリアンス・ガンマ・モデルを含む、より一般的なジャンプ・モデルにおけるヨーロッパ・オプションに対する偏微分方程式を数値的に計算し、結果を従来法と比較・検討している。また、提案手法は、従来の高速フーリエ変換と計算量は同等であるが、高速フーリエ変換のように空間格子点が均一に配置されているなどの制限がなく、より柔軟に用いることができることが利点として挙げられている。

## 審査の結果の要旨

本研究は、原資産の価格過程としてより洗練されたジャンプ・モデルを想定し、その上で発行された様々なオプションについて効率的な計算法の提案を行っている。本研究で提案された手法は、いずれも新規性のある手法であり、それぞれ、これまでにない長所、特徴をもっている。本研究で提案されている手法において、必ずしも既存研究の結果を効率性の意味で上回るものではない場合もいくつか見られるが、適用しているアイデアは十分な新規性をもち、今後、改良を加えることで、より効率的、かつ従来手法を上回る計算が可能であることが大いに期待される。以上より、本論文の水準は、ファイナンス研究分野の学位論文として求められる水準にあるものと判断される。

### 【最終試験】

論文審査委員会による最終試験を平成26年12月16日に実施し、全員一致で合格と判定した。

### 【結論】

よって、著者は、博士（経営学）の学位を受けるのに十分な資格を有するものと認める。